

# Kohärenz höherer Ordnung in der Optik und ihre Meßbarkeit

P. Barlai \*

\* Zur Zeit Universidad de Antioquia, Departamento de Física, Medellín, Kolumbien

Z. Naturforsch. **28 a**, 1946—1950 [1973]; eingegangen im 9. September 1973)

## *Higher-Order Coherence in Optics and Its Measurability*

An experiment is proposed to demonstrate higher-order coherence in an optical radiation field. An ensemble of longitudinal modes illuminates a set of different ground glasses (diffusors). It is shown that the superposition of the far-fields emerging from the diffusors is able to give information about higher-order coherence. For the following considerations the theoretical basis is Glauber's generalized coherence function.

### 1. Einleitung

Kohärenz in der Optik wurde immer mit der Interferenzfähigkeit eines Wellenfeldes gleichgesetzt. Als vollständig kohärent wird ein Wellenfeld bezeichnet, wenn zwei zur Interferenz gebrachte Wellenzüge bei geeigneter Justierung der Intensitäten absolut dunkle Stellen in ihrer Interferenzfigur zeigen. Eine quantitative Fassung erhielt dieses Konzept durch Einführung der Korrelationsfunktion zweier Wellenfelder als Maß für deren Kohärenzgrad<sup>1</sup>.

Dem in dieser Weise eingeführten Kohärenzbegriff liegt die Annahme zugrunde, daß es sich bei den Lichtquellen um Generatoren Gaußschen Rauschens handelt, und ein Gaußscher Prozeß wird durch seine Autokorrelationsfunktion im statistischen Sinne vollständig beschrieben. Diese Auffassung hatte zur Folge, daß Kohärenz mit der spektralen Bandbreite der Strahlung in eine quantitative Beziehung gesetzt wurde (das Wellenfeld mit der schmälere Bandbreite hat danach die größere Kohärenzlänge). Diese Betrachtungsweise war bis zur Einführung des Lasers ausreichend, denn die meisten herkömmlichen Lichtquellen (Glüh- und Gasentladungslampen) erfüllen die Annahme der Gaußschen Statistik ihrer Strahlung in einer sehr guten Näherung.

Beim Laser mit seiner hohen Kohärenz versagte dieses Konzept, der klassische Kohärenzbegriff war für eine statistische Beschreibung des Laserlichts nicht ausreichend.

Der erste qualitative Hinweis einer Änderung des Kohärenzbegriffes findet sich bei Golay<sup>2</sup>. Demnach

ist die spektrale Bandbreite einer Strahlung nicht mehr ein Maß für die Kohärenz, d. h. zwei Wellenfelder mit gleicher Bandbreite und gleicher spektraler Intensitätsverteilung können verschiedene Kohärenzeigenschaften besitzen. Die quantitative Fassung wurde von Glauber eingeführt<sup>3</sup> und auch in nachfolgenden Arbeiten über dieses Thema als zweckmäßig beibehalten<sup>4,5</sup>. Nach dem Kohärenzbegriff von Glauber „beschränkt die Kohärenzbedingung mehr den Zufallscharakter einer Strahlung als deren Bandbreite“<sup>3</sup>.

### 2. Kohärenzfunktionen höherer Ordnung

Bei stationären, aleatorischen Lichtquellen ist die in<sup>1</sup> eingeführte Korrelationsfunktion erster Ordnung:

$$G^{(1)}(r_1, t_1; r_2, t_2) = \langle V_1(r_1, t_1) V_2^+(r_2, t_2) \rangle \quad (2,1) \\ = G(r_0, t_0) = \langle V_1(r + r_0, t + t_0) V_2^+(r, t) \rangle,$$

wobei  $r_1, t_1$  und  $r_2, t_2$  die Raum-Zeit-Koordinaten der zwei Meßpunkte bezeichnen. Aufgrund der Stationarität hängt die Korrelationsfunktion (2,1) nur von der Weg-Zeit-Differenz  $r_0, t_0$  der zwei Punkte ab; die spitzen Klammern bezeichnen das Scharmittel über eine Gesamtheit von Einzelvorgängen  $V(r, t)$  mit verschiedener Mikrostruktur und gleichen statistischen Kenngrößen.  $V(r, t)$  ist das bei Verzicht auf Polarisationsphänomene für die Beschreibung ausreichende, komplexe analytische Signal entsprechend der optischen Feldstärke<sup>1</sup> (das Kreuz bezeichnet die dazu konjugiert-komplexen Größen).

In Verallgemeinerung von (2,1) lassen sich Kohärenzfunktionen höherer Ordnung definieren. Die

Sonderdruckanforderungen an Dr. P. Barlai, Universidad de Antioquia, Departamento de Física, Medellín, Apartado Aereo 1226, Colombia.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Kohärenzfunktion  $n$ -ter Ordnung ist durch

$$G^{(n)} = \langle V(r_1, t_1) \dots V(r_n, t_n) V^+(r_{n+1}, t_{n+1}) \dots V^+(r_{2n}, t_{2n}) \rangle \quad (2,2)$$

gegeben<sup>3, 6</sup>. Im allgemeinsten Fall ist dies eine Funktion von  $2n$  Raum-Zeit-Punkten, bei Stationarität eine Funktion der  $(2n - 1)$  Weg-Zeit-Differenzen<sup>5</sup>.

Für die nachfolgenden Berechnungen werde aus dem Wellenfeld ein Transversalmode (TM) isoliert, was gleichbedeutend mit räumlich kohärenter Ausleuchtung ist. Entlang der Wellenfront ist dann für beliebige Lage der Raumpunkte die Zeitkoordinate identisch, so daß es genügt, die reine Ortsabhängigkeit von (2,2) zu betrachten. Gleichung (2,2) beschreibt auch die Kohärenzeigenschaften von Feldern nicht Gaußscher Strahler vollständig<sup>3-5</sup>. So zeigt z. B. ein ideal amplitudenstabiles, monochromatisches Signal Kohärenz beliebig hoher Ordnung (einschließlich  $\infty$ ), Licht klassischer Lichtquellen hingegen zeigt bestenfalls Kohärenz erster Ordnung. Es ist zu erwarten, daß die Ordnung der Kohärenz von Laserlicht sehr hoch, aber nicht  $\infty$  ist. Mathematisch bedeutet dies, daß die Funktion  $G^{(n)}$  für einen beliebig gewählten Wertesatz der Koordinaten der  $2n$  Meßpunkte von Null verschieden ist. Der größte Wert von  $n$ , für den  $G^{(n)}$  gerade noch nicht verschwindet, ist gleich der Ordnung der Kohärenz.

### 3. Die Kohärenzfunktion diffus kohärenter Strahlung

Die in<sup>2-5</sup> erwähnten Arbeiten geben ausschließlich eine rein theoretische Behandlung, die Frage nach der praktischen Realisierung einer Meßvorschrift für die Funktionen  $G^{(n)}$  wird nicht berührt. In der vorliegenden Arbeit wird ein einfaches Experiment vorgeschlagen, das zumindest für eine qualitative Aussage über die Ordnung der Kohärenz eines Wellenfeldes geeignet zu sein scheint. Von einer Lichtquelle treffe ein TM als ebene Welle senkrecht auf einen Diffusor (Mattscheibe). Wie in der Folge gezeigt wird, läßt sich das Fernfeld der Streustrahlung des Diffusors als Kohärenzfunktion höherer Ordnung darstellen.

Für eine erste Betrachtung sei die Lichtquelle ein ideal amplitudenstabiler, monochromatischer Laser. Der Diffusor bewirkt eine komplizierte, statistische Deformation der ebenen Wellenfront in der Weise, daß die Wahrscheinlichkeitsverteilungsdichte (WVD)

der Feldstärke aufgrund der regellosen Überlagerung einer großen Zahl von Elementarwellen entsprechend den Streuzentren des Diffusors einer Gaußschen WVD mit dem linearen Mittelwert Null folgt<sup>7</sup>. Des weiteren folgt aus der skalaren Beugungstheorie, daß die Feldstärke in jeder beliebigen Ebene parallel zu dem Diffusor Gaußsche WVD aufweisen muß (einschließlich der Ebene des Diffusors selbst und die unendlich ferne Ebene). Dies läßt sich folgendermaßen zeigen: wenn für eine beliebige Ebene parallel zu dem Diffusor Gaußsche WVD nachgewiesen wurde, so folgt notwendig ebenfalls eine Gaußsche WVD für jede andere, zu der ersten parallelen Ebene. Der Zusammenhang der Feldstärke in zwei zueinander parallelen Ebenen ist durch eine lineare Integraltransformation gegeben, welche nach der Systemtheorie gleichbedeutend einer linearen Filterung ist. Da eine lineare Filterung den Gaußschen Charakter eines statistischen Vorganges unverändert läßt, ist die vorige Behauptung bewiesen<sup>8</sup>.

Für die folgende Rechnung soll gelten: es sei  $u(x)$  der Verlauf der Feldstärke in der Ebene des Diffusors.  $u$  ist das schon eingeführte, komplexe analytische Signal, eine Gaußsche Zufallsfunktion;  $x$  ist die Ortskoordinate auf dem Diffusor, wobei die Rechnung auf eine Dimension beschränkt wird.

Die Feldstärke im Fernfeld des Diffusors ist durch eine Fourier-Transformation der Feldstärke auf dem Diffusor gegeben. Die Transformation ergibt eine neue Zufallsfunktion  $U(y)$  im Fernfeld, welche aufgrund des linearen Charakters der Fourier-Transformation ebenfalls einer Gaußschen WVD gehorcht [ $U(y)$  ist die Fourier-Transformierte von  $u(x)$  und  $y$  die Fourier-Variable zu  $x$ ]. Die Funktion  $u(x)$  läßt sich in eine Produktdarstellung

$$u(x) = u_1(x) \cdot u_2(x) \cdot \dots \cdot u_{2n}(x) \quad (3,1)$$

bringen, in der jeder Faktor einer Gaußschen WVD gehorcht. Diese Faktorisierung kann man sich z. B. realisiert denken durch eine Reihe von Diffusoren in einem gemeinsamen Strahlengang. Da die Wirkung des letzten Diffusors wieder in einer Gaußschen WVD für das nachfolgende Streufeld besteht, unabhängig ob und wieviel Diffusoren der vorhergehende Strahlengang schon enthält, ist diese Faktorisierung auch bei nur einem Diffusor im Strahlengang formal immer möglich. Im Fernfeld ergibt sich die Fourier-Transformierte von (3,1) als multiple Faltung der Fourier-Transformierten der einzelnen Fak-

toren<sup>8</sup>

$$U(y) = U_1(y) * U_2(y) * \dots * U_{2n}(y) . \quad (3,2)$$

Der Stern zwischen je zwei Funktionen  $U_i(y)$  bezeichnet die mathematische Faltungsoperation. Da durch Koordinatenumkehr eine Faltung in eine Korrelation übergeführt werden kann und umgekehrt, läßt sich Gl. (3,2) auch als Mehrfachkorrelation schreiben, wie am Beispiel

$$\begin{aligned} a(y) * b(y) &= a(y) \odot b(-y) \\ &= a(y) \odot c^+(y) \end{aligned} \quad (3,3)$$

zweier komplexwertiger Funktionen gezeigt sei, wobei das Symbol  $\odot$  die Korrelation bezeichnen soll. Die Substitution von  $b(-y)$  durch  $c^+(y)$  wurde eingeführt, um formale Gleichheit mit der Schreibweise von Glauber zu erreichen. Nach diesem Schema läßt sich Gl. (3,2) in

$$\begin{aligned} U(y) &= V^{(n)}(y) = V_1(y) \odot \dots \\ &\odot V_n(y) \odot V_{n+1}^+(y) \odot \dots \odot V_{2n}^+(y)^* \end{aligned} \quad (3,4)$$

umformen. Da die Umwandlung von Faltung in Korrelation keine Nichtlinearitäten beinhaltet, sind auch die Funktionen  $V_1(y) \dots V_{2n}(y)$  (und auch ihre komplexkonjugierten Formen) Gaußsche Zufallsfunktionen. Somit ist das Fernfeld eines kohärent diffusen Strahlers als Mehrfachkorrelation eines Satzes von Gaußschen Zufallsfunktionen dargestellt.

Es ist jedoch ein Unterschied zwischen  $G^{(n)}(r)$  und  $V^{(n)}(y)$ .  $G^{(n)}(r)$  entsteht durch eine Scharmittelung über die Gesamtheit aller  $V^{(n)}(y)$ ; dadurch ist  $G^{(n)}(r)$  determiniert, auch wenn die einzelnen  $V^{(n)}(y)$  aleatorisch sind (erst durch diese Mittelung gewinnt die Korrelationsanalyse ihre große Bedeutung für verschiedene statistische Prüfverfahren; die gemittelte Korrelationsfunktion  $G^{(n)}(r)$  trennt den determinierten vom aleatorischen Anteil eines Signals). Die Korrelationsfunktionen  $V^{(n)}(y)$  sind jedoch für diffus kohärente Strahlung und für beliebiges  $n$  selbst aleatorische Funktionen, da nach Gl. (3,1)  $V^{(n)}(y)$  durch eine lineare Filterung aus einer stationären Gaußschen Zufallsfunktion entsteht und somit  $V^{(n)}(y)$  ebenfalls eine Gaußsche stationäre Zufallsfunktion ist.  $V^{(n)}(y)$  wird deshalb über den ganzen Definitionsbereich räumliche Fluktuationen um den Mittelwert  $\langle V^{(n)}(y) \rangle = 0$  aufweisen, d. h. das Auftreten von räumlichen Fluktuationen im Fernfeld des Diffusors ist ein Beweis für die Kohärenz der darauffallenden Strahlung. Diese Erscheinung ist als Kohärenzgranulation seit längerer Zeit

bekannt<sup>10-12</sup> und dient als einfaches Experiment für den Nachweis der (räumlichen) Kohärenz einer Strahlung, denn das Fernfeld eines inkohärent strahlenden Diffusors zeigt eine gleichförmige, strukturlose Intensitätsverteilung.

Die direkt beobachtbare Größe im Fernfeld ist die Intensität, also das Betragsquadrat von (3,4),  $|V^{(n)}|^2$ . Die Bildung des Quadrates ändert die Statistik,  $|V^{(n)}|^2$  gehorcht nicht mehr einer Gaußschen WVD, die Intensitätsfluktuationen bleiben jedoch sichtbar. Eine Bedingung für vollständige Kohärenz ist, daß absolut dunkle Stellen im Streufeld des Diffusors existieren in Analogie zur klassischen Zweistrahlinterferenz, aber in statistischer, regelloser Verteilung.

#### 4. Ein Experiment zur Kohärenz höherer Ordnung

Das in Abschnitt 3 beschriebene Experiment werde folgendermaßen verändert: der eine TM sei aus einer sehr großen Zahl von  $g$  verschiedenen Longitudinalmoden (LM) zusammengesetzt, die durch eine dispergierende Anordnung auf  $g$  verschiedene Teile des Diffusors treffen mögen. Durch diese Maßnahme haben die durch die verschiedenen LM verursachten Wellenfelder verschiedene Mikrostruktur ihrer Granulation, da die verschiedenen Teile des Diffusors in ihrer Mikrostruktur statistisch unabhängig sind.

Bezüglich der einfallenden Strahlung selbst seien zwei Fälle unterschieden.

1. die LM seien alle statistisch unabhängig voneinander mit regellos wechselnden Amplituden- und Phasenbeziehungen und
2. Die LM haben untereinander feste Modenkopplung (Mode-Locking-Laser<sup>13, 14</sup>).

Die Leistung (im 1. Fall der Zeitmittelwert der Leistung eines LM) sei in beiden Fällen gleichförmig über die  $g$  LM verteilt, und es soll untersucht werden, ob dieses modifizierte Experiment eine Aussage über Kohärenzeigenschaften in den beiden Fällen geben kann.

Das Fernfeld eines der  $g$  Streufelder des modifizierten Experiments ist durch Gl. (3,4) gegeben. Im ersten Fall (vollständige Inkohärenz) ergibt sich die Gesamtintensität des Fernfeldes als die Summe der Amplitudenquadrate über die  $g$  LM,

$$\sum_{i=1}^g |V_i^{(n)}|^2 = k \langle |V^{(n)}|^2 \rangle = k \langle |V_1 \odot \dots \odot V_n \odot V_{n+1}^+ \odot V_{2n}^+|^2 \rangle, \quad (4,1)$$

wobei  $k$  eine weiter nicht interessierende, die Gesamtintensität bestimmende Konstante ist. Durch die Inkohärenz der LM läßt sich die rechte Seite von (4,1) folgendermaßen umformen<sup>7</sup>:

$$\begin{aligned} k \langle |V_1 \odot \dots \odot V_n \odot V_{n+1}^+ \odot \dots \odot V_{2n}^+|^2 \rangle \\ = k \langle |V_1|^2 \rangle \odot \dots \odot \langle |V_n|^2 \rangle \odot \langle |V_{n+1}|^2 \rangle \\ \odot \dots \odot \langle |V_{2n}|^2 \rangle = K, \end{aligned} \quad (4,2)$$

also für sehr großes  $g$  wieder (nahezu) eine Konstante, da die quadratischen Mittelwerte auf der rechten Seite von (4,2) für stationäre aleatorische Funktionen feste Zahlenwerte und nicht mehr Funktionen sind. Durch die Faktorisierung in (4,2) erscheinen keine Kreuzterme zwischen den verschiedenen  $V_i$ , so daß Licht dieser Art keine Kohärenz höherer Ordnung aufweist. Das hier beschriebene Experiment wurde für den Fall inkohärenten Lichts ausgeführt<sup>9</sup>, wo es zur Granulationsbeseitigung dient, da die relative Intensitätsfluktuation eines Gaußschen Prozesses 1 beträgt und sich durch Überlagern von  $g$  verschiedenen inkohärenten Gaußschen Prozessen auf  $1/g$  vermindert<sup>9</sup>. Bei der vorausgesetzten großen Zahl von  $g$  LM ist die resultierende Fluktuation verschwindend klein, und man beobachtet praktisch eine gleichförmige Intensitätsverteilung im Fernfeld.

Im 2. Fall der kohärenten Modenkopplung gibt das Überlagern von  $g$  LM für den ortsabhängigen Teil der resultierenden Amplitude<sup>13</sup>

$$V(r) = e^{ikr} \sum_g A_g e^{ig\Delta kr + iq_g} \quad (4,3)$$

( $k$  = Wellenvektor des LM niedrigster Ordnung,  $A$  = Amplitude des  $g$ -ten LM,  $q_g$  = Phasenlage des  $g$ -ten LM,  $\Delta k$  = Abstand zweier LM im  $k$ -Raum). Demnach ist der Mittelwert der resultierenden Amplitudenverteilung durch kohärentes Überlagern von  $g$  verschiedenen Granulationsmustern mit jeweils verschiedener Mikrostruktur<sup>15</sup>

$$\sum_{i=1}^g V_i^{(n)} = k \langle V^{(n)} \rangle = k \langle V_1 \odot \dots \odot V_n \odot V_{n+1}^+ \odot \dots \odot V_{2n}^+ \rangle = 0. \quad (4,4)$$

Amplitudenlineares Überlagern von  $g$  Gaußschen Vorgängen mit linearem Mittelwert Null gibt wieder einen Gaußschen Vorgang mit ebenfalls linearem Mittelwert Null<sup>8</sup>, wobei es gleichgültig ist, ob die

Mittelung wie in Gl. (4,4) als Scharmittelung oder als Ortsmittelung über den einen resultierenden Gaußschen Vorgang ausgeführt wird. Gl. (4,4) ist jedoch eine Rechengröße und weiter nicht beobachtbar. Beobachtet wird das Betragsquadrat der Amplitude des resultierenden Vorganges, also eine Größe proportional zu  $|V^{(n)}|^2$ . Im Gegensatz zum vorhin behandelten inkohärenten Fall zeigt diese Größe die als Kohärenzgranulation bekannten, beobachtbaren räumlichen Fluktuationen. Als Betragsquadrat eines optischen Signals mit Gaußscher WVD müssen auch hier absolut dunkle Stellen im Streufeld existieren, was dann gleichbedeutend mit vollständiger Kohärenz  $n$ -ter Ordnung sein muß.

## 5. Schlußfolgerungen

Entsprechend der neueren Auffassung des Kohärenzbegriffes erscheint nicht die Bandbreite, sondern die Ordnung (bzw. das Fehlen einer Ordnung) innerhalb der Bandbreite der untersuchten Strahlung als die die Kohärenz bestimmende Größe. Beschrieben wurden zwei Extremfälle eines Strahlungsfeldes; einmal aleatorisch wechselnde Amplituden- und Phasenbeziehungen, und einmal feste Phasenkopplung aller Moden untereinander mit zeitlich feststehenden Phasenlagen.

Für die hier dargestellte Theorie ist es wesentlich, daß ein kohärent diffuses Strahlungsfeld mit Gaußscher WVD der Amplitude nach (3,1) faktorisiert werden kann und daß diese Faktorisierung unabhängig von der im Strahlungsfeld tatsächlich enthaltenen Anzahl von Diffusoren als formaler Rechenschritt möglich ist. Dadurch läßt sich das Fernfeld eines Diffusors nach (3,4) als Mehrfachkorrelation darstellen.

Der erste Fall wurde in<sup>9</sup> experimentell verifiziert. Die durchgeführte Rechnung zeigt, daß man Gl. (4,2) derart faktorisieren kann, daß keine einzige Kohärenzfunktion gleich welcher Ordnung aufsteht (vollständige Inkohärenz), das Fernfeld ist gleichförmig ausgeleuchtet und strukturlos. Im zweiten Fall bleibt die in Gl. (3,4) eingeführte, aleatorische Korrelationsfunktion  $V^{(n)}$  für beliebiges  $n$  nach der Bildung der Summe über die Amplituden der einzelnen  $V_i^{(n)}$  aleatorisch, so daß unabhängig von der Bandbreite der Strahlung die Granulation im Fernfeld voll erkennbar bleibt (und mit Einmodenlasern auch mehrfach nachgewiesen wurde). Es ist wichtig, daß für den zweiten Fall die Summierung über die

einzelnen Repräsentanten  $V_i^{(n)}$  keine Mittelwertbildung bedeutet, die resultierende Kohärenzfunktion  $n$ -ter Ordnung ist ein neuer Repräsentant aus dem statistischen Kollektiv und als solcher selbst aleatorisch. Da mit der Stationarität der  $V_i^{(n)}$  auch die von  $V^{(n)}$  folgt, bedeutet dies, daß für beliebig gewählte Lage der  $n$  Meßpunkte der Kohärenzgrad gleich ist, daß also keine Einschränkung über endliche Kohärenzlängen existiert (vollständige Kohärenz). Die hier eingeführte Kohärenzfunktion  $n$ -ter Ordnung bzw. deren Betragsquadrat ist eine tatsächlich beobachtbare Größe, aber die Faktorisierung von (3,1) hat zur Folge, daß diese Kohärenzfunktion selbst aleatorischen Verlauf hat. Darin liegt ein Unterschied zu der üblichen Definition von Korrelationsfunktionen, die durch eine Scharmittelung über eine Gesamtheit von aleatorischen Repräsentanten deterministischen Verlauf zeigen. Doch kann gezeigt werden, daß für einen stationären, ergodischen Prozeß (eine für ein elektromagnetisches Strahlungsfeld

sicher zutreffende Annahme<sup>4)</sup> das Arbeiten mit nur einem Repräsentanten keinen Informationsverlust bedeutet, da alle überhaupt möglichen Repräsentanten der Gesamtheit aus einem bekannten abgeleitet werden können<sup>16)</sup>.

Licht realer Laser hat durch spontane Emission immer einen gewissen Restanteil von Inkohärenz (Rauschen), deshalb kann die Ordnung der Kohärenz von Laserstrahlung zwar sehr hoch sein, ist aber endlich, worauf schon in Abschnitt 2 hingewiesen wurde. In allen praktisch vorkommenden Fällen wird daher das Fernfeld eine Struktur aufweisen, die zwischen den beiden behandelten Extremen liegt, also weder gleichförmig ausgeleuchtet ist, noch ein voll ausgebildetes Granulationsmuster aufweist. Es ist denkbar, daß Messungen der statistischen Kenngrößen des Granulationsmusters, die einfach und schnell durchgeführt sind, Aufschluß über die Ordnung der Kohärenz geben können.

<sup>1</sup> M. Born u. E. Wolf, Principles of Optics, 2nd ed., Pergamon Press, London 1964.

<sup>2</sup> M. J. E. Golay, Proc. IRE **49**, 958 [1961].

<sup>3</sup> R. J. Glauber, Phys. Rev. **130**, 2529 [1963].

<sup>4</sup> L. Mandel u. E. Wolf, Rev. Mod. Phys. **37**, 231 [1965].

<sup>5</sup> B. Picinbono u. E. Boileau, J. Opt. Soc. Amer. **58**, 784 [1968].

<sup>6</sup> Die Bezeichnung von Kohärenzfunktionen höherer Ordnung ist nicht einheitlich. Hier wird die von Glauber benutzte Notation verwendet, die Kohärenzfunktion  $n$ -ter Ordnung als eine Funktion von  $2n$  Variablen zu definieren.

<sup>7</sup> S. Lowenthal u. E. Arsenault, J. Opt. Soc. Amer. **60**, 1478 [1970].

<sup>8</sup> W. B. Davenport Jr. u. W. L. Root, Random Signals and Noise, McGraw Hill, New York 1958.

<sup>9</sup> P. Barlai, Z. Naturforsch. **26a**, 1441 [1971].

<sup>10</sup> J. D. Rigden u. E. I. Gordon, Proc. IRE **50**, 2367 [1962].

<sup>11</sup> B. M. Oliver, Proc. IEEE **51**, 220 [1963].

<sup>12</sup> W. Martienssen u. E. Spiller, Naturwiss. **52**, 53 [1965].

<sup>13</sup> P. W. Smith, Proc. IEEE **58**, 1342 [1970].

<sup>14</sup> A. J. De Maria et al., Proc. IEEE **57**, 2 [1969].

<sup>15</sup> Für den Nachweis von Kohärenz höherer Ordnung eines Strahlungsfeldes ist es notwendig, Granulationsmuster mit verschiedener Mikrostruktur zu überlagern. So zeigt ein

von einem Transversalmoden einer klassischen Lichtquelle beleuchteter Diffusor auch im Weißlicht Kohärenzgranulation<sup>12)</sup>, denn die verschiedenen Longitudinalmoden rufen immer dasselbe Granulationsmuster auf, so daß in diesem Fall auch inkohärentes Überlagern keine Ausmittelung der Granulation bewirkt. Somit ist die Scharmittelung nach (4,4) nicht zulässig, da es sich nur um einen Repräsentanten aus dem statistischen Kollektiv handelt. Es ist bekannt, daß die Phase in einem Transversalmoden einer klassischen Lichtquelle regellose Fluktuationen ausführt, die Phasendifferenz zwischen zwei Raumpunkten ist aber zeitlich invariant, so daß Interferenz möglich ist. Die klassischen Interferenzversuche geben nur Aufschluß über die Kohärenzfunktion erster Ordnung, somit ist die Interferenzfigur eines Lasers und einer klassischen Lichtquelle nach den bekannten Interferenzversuchen ununterscheidbar. Kohärenzbedingungen höherer Ordnung begrenzen zusätzlich Phasenfluktuationen innerhalb des Transversalmoden.

<sup>16</sup> R. C. Tolman, The Principles of Statistical Mechanics, Clarendon Press, Oxford 1938.

Anm. bei der Korr.: Berechnungen, insbesondere zu den Gl. (4,1) und (4,2) der vorliegenden Arbeit, finden sich in: R. F. van Ligten, Appl. Opt. **12**, 255 [1973].